EXERCICE N°1 : 6 points 35 '

A/ Calculer (au moyen d'une primitive) chacune des intégrales suivantes :

$\int_0^1 \frac{e^{-x}-1}{x+e^{-x}}dx$; $\int_0^1 \frac{e^{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$; $\int_1^2 \frac{e^{(\frac{1}{x})}}{x^2}dx$; $\int_0^1 \frac{(1+e^{-x})^2}{e^x}dx$; $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

B/ Calculer (au moyen d'intégration par parties) chacune des intégrales suivantes :

$\int_0^1 (1-x)e^x dx$; $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$

C/ 1) Dresser le tableau de signes de l'expression : $f(x) = 2 - e^{1+x}$

2) En déduire la valeur de l'intégrale $K = \int_{-1}^0 |f(x)|dx$ (indication : utiliser la relation de Chasles)

D/ Soit le réel $A = \int_0^1 e^x \sin(\pi x)\, dx$

1) En utilisant deux intégrations par parties successives, montrer que : $A = \pi(e+1) - \pi^2 A$

2) En déduire la valeur de A.

EXERCICE N°2: 6 points 35 '

I/ Cocher la réponse exacte :

La suite (I_n) définie sur IN par : $I_n = \int_0^n \sqrt{x}\, e^x dx$ est une suite :

a/ croissante b/ décroissante c/ stationnaire

II/ On pose $u_0 = \int_0^1 e^{-2x}dx$ et $u_n = \int_0^1 x^n e^{-2x}dx$ pour tout $n \in IN^*$.

1) Calculer u_0 et u_1.

2) a) Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que :

$u_{n+1} = (n+1)u_n - e^{-2}$ pour tout $n \in IN^*$.

b) En déduire que $u_2 = \frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$.

3) a) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et que $u_n \geq 0 \ \forall\, n \in IN^*$.

b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4) a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$ on a : $0 \leq x^n e^{-2x} \leq x^n$

b) En déduire que pour tout $\in IN^*$, $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$

c) Déterminer alors $\lim_{n\to+\infty} u_n$

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°3 : 6 points 35 '

Soit g(x)=x+ln $(e^{-2x}+1)$; x ∈ [0,+∞[. On désigne par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative selon un repère orthonormé (O, $\vec{u}$,$\vec{v}$).

1) Etablir le tableau de variation de g.

2) Montrer que la droite D : y=x est une asymptote à ($\mathscr{C}$) au voisinage de +∞.

3) Etudier la position de ($\mathscr{C}$) par rapport à D.

4) Tracer ($\mathscr{C}$) et D.

5) a) Montrer que f réalise une bijection de [0,+∞[sur un intervalle K qu'on précisera.

b) Tracer la courbe ($\mathscr{C}$') de la fonction réciproque f^{-1} de f.

6) a) Montrer que pour tout t de [0,+∞[on a : $1-t\leq \frac{1}{1+t}\leq 1$

b) En déduire que pour tout x de [0,+∞[on a : $x-\frac{x^2}{2}\leq \ln(x+1)\leq x$

c) En déduire un encadrement de $\ln(1+e^{-2t})$ pour tout t de [0,+∞[.

7) Soit A_n la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe ($\mathscr{C}$), la droite D et les droites d'équations x=0 et x=n.

a) Montrer que $\frac{3}{8}-\frac{1}{2}e^{-2n}+\frac{1}{8}e^{-4n}\leq A_n\leq \frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-2n}$.

b) En déduire un encadrement de $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.

23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com